

The making of Jean Perrin's Brownian motion experiments and of early 20th century French physical science

Charlotte Bigg  
HQ3

28 June 2010

Mouvement brownien

Hypothèse Einstein - dispersion : chaque particule  
est soumise à un choc (selon  $\sqrt{v^2}$ )

~~$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$~~

supposons que pour un déplacement

$\Delta x^2 = \Delta t$  (pour un déplacement)

$\Delta x^2 = \Delta t = \Delta t \cdot \Delta t$

$\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$   $\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$

Pour un déplacement  $\Delta x$  pendant un temps  $\Delta t$ , on a  
pour un déplacement  $\Delta x$  pendant un temps  $\Delta t$

$\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$   $\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$

$\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$   $\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$

$\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$   $\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$

$\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$   $\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$

$\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$   $\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$

$\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$   $\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$

$\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$   $\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$

$\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$   $\Delta x^2 = \Delta t \cdot \Delta t$

Qu'est-ce que, selon Einstein, est le mouvement brownien ?

$$\sqrt{\Delta x^2} = \sqrt{\Delta t} \sqrt{\frac{RT}{N}}$$

pour un déplacement  $\Delta x$  pendant un temps  $\Delta t$

selon Einstein, le mouvement brownien est un mouvement  
permanently aléatoire qui se fait par sauts  
petits et fréquents, comme si on était en contact  
avec un fluide.

Si plus précisément  $\Delta x^2 = 6 \pi a \eta v \Delta t$

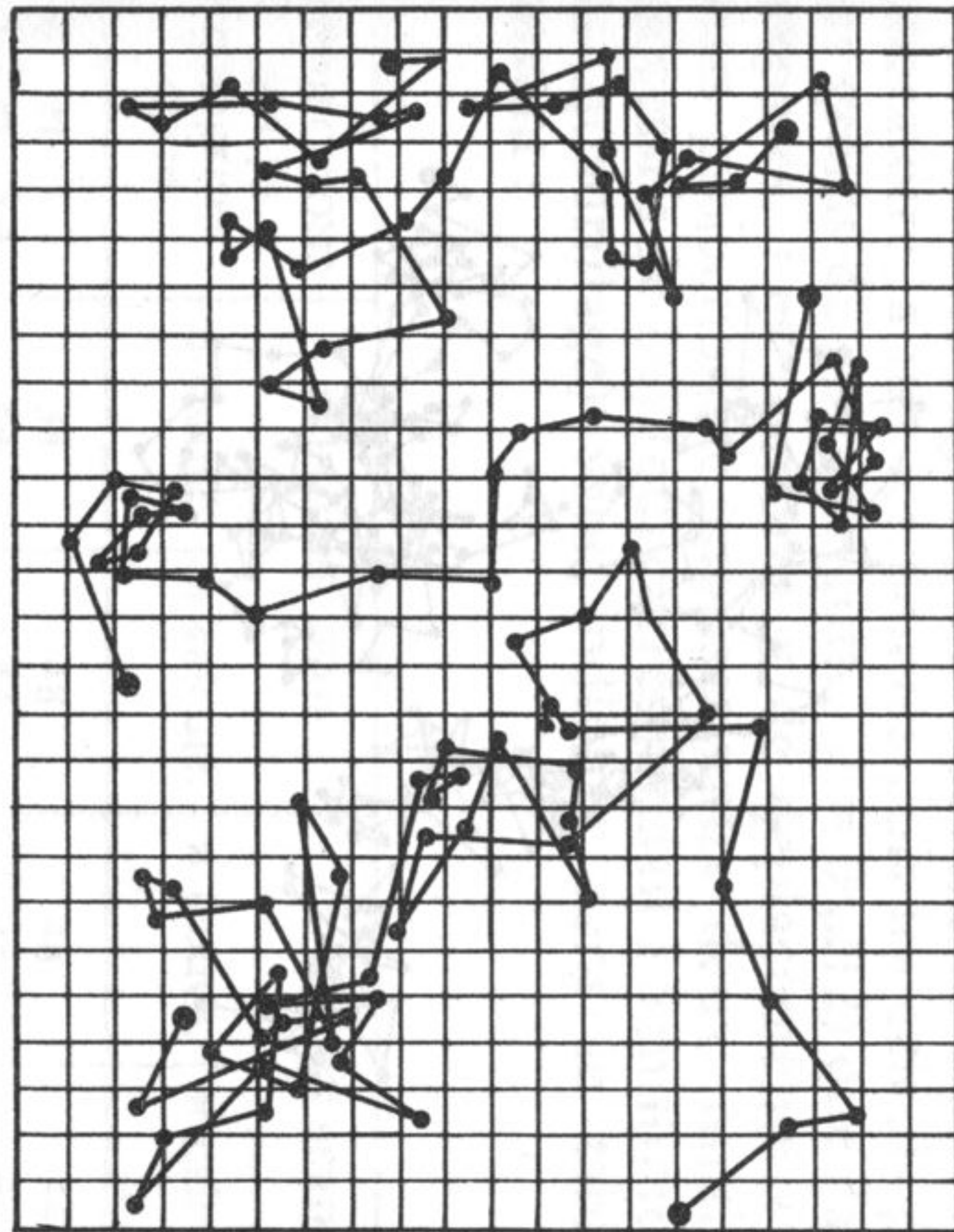
avec  $a$  le rayon de la particule,  $\eta$  la viscosité du milieu

$\Delta x^2 = 6 \pi a \eta v \Delta t$   $\Delta x^2 = 6 \pi a \eta v \Delta t$

$\Delta x^2 = 6 \pi a \eta v \Delta t$   $\Delta x^2 = 6 \pi a \eta v \Delta t$

$\Delta x^2 = 6 \pi a \eta v \Delta t$   $\Delta x^2 = 6 \pi a \eta v \Delta t$

$\Delta x^2 = 6 \pi a \eta v \Delta t$   $\Delta x^2 = 6 \pi a \eta v \Delta t$



... L'un de ces dessins contient 50 positions consécutives d'un même grain. Ils ne donnent qu'une idée très affaiblie du prodigieux enchevêtrement de la trajectoire réelle. Si, en effet, on faisait des pointés de seconde en seconde, chacun de ces segments rectilignes se trouverait remplacé par un contour polygonal de 30 côtés relativement aussi compliqué que le dessin ici reproduit, et ainsi de suite. On saisit sur de tels exemples combien les mathématiciens sont restés près de la réalité en se refusant par instinct logique à admettre les prétendues démonstrations géométriques où l'on regarde comme une évidence expérimentale l'existence d'une tangente en chaque point d'une courbe.

Bien entendu, on ne peut non plus fixer de tangente en aucun point de la trajectoire, même de la façon la plus grossière. C'est un cas où l'on ne peut s'empêcher de penser à ces fonctions continues qui n'admettent pas de dérivée, qu'on regardait à tort comme de simples curiosités mathématiques, puisque la nature peut les suggérer aussi bien que les fonctions à dérivée.

Une limitation grave nous arrête, si nous allons vers des choses de plus en plus petites. (Bohr.) Il semble qu'à condition d'aller assez loin, les vieilles notions familières d'*espace* et de *temps* disparaissent: on ne peut plus faire d'image.

Je pense que c'est faire de l'anthropomorphisme que de tâcher de dessiner ce qui se passe à l'intérieur d'un atome d'hydrogène. Et l'on peut, à ce sujet, rappeler la parole de la Bible: « tu ne dessineras ni ne sculpteras la figure de ton Dieu. »

La notion d'espace a vraiment beaucoup résisté; nous avons pu définir le dix-millionième de dix-millionième de millimètre. Mais l'espace n'est que la possibilité de répéter ce geste de déplacement d'une règle que je fais devant vous, et cela n'a peut-être pas de sens à toute les échelles.

À une certaine échelle, ces notions humaines extrapolées perdent leur sens. Nous nous heurtons à un mur. Et cela, au moment où nous pressentons un Ordre nouveau, des forces qu'il serait important pour l'humanité de dompter, et dont l'asservissement serait pour notre humanité aussi important que l'a été jadis la découverte du Feu.

Cette « chose » nous échappera-t-elle?

Nous pouvons répondre: « non ».

Une école de jeunes s'efforce d'affirmer le pouvoir de la raison, de créer d'autres concepts pour un ordre nouveau.

Ces jeunes (certains ont quarante ans, d'autres en ont vingt-cinq), ce sont les de Broglie, les Schrödinger, les Heisenberg, les Dirac.

Par leur théories, hérissées de symboles mathématiques, ils poursuivent l'effort traditionnel de la civilisation occidentale contre les forces du destin; il n'est pas encore permis de dire à l'homme: « tu n'iras pas plus loin. »

Jean Perrin, « La chimie Physique », L'Orientation actuelle des Sciences (1930), 27-28.

N° D'ORDRE :  
1982.

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR M. FRANCIS PERRIN

- 1<sup>re</sup> THÈSE. — ÉTUDE MATHÉMATIQUE DU MOUVEMENT BROWNIEN DE ROTATION.  
2<sup>e</sup> THÈSE. — LE CALCUL DES MATRICES ET LA THÉORIE DES FORMES BILINÉAIRES  
A UNE INFINITÉ DE VARIABLES.

Soutenues le 27<sup>er</sup> Février 1928, devant la Commission d'examen.

MM. EMILE BOREL, *Président.*

CARTAN, } *Examineurs.*  
MONTEL, }

PARIS

GAUTHIER-VILLARS ET C<sup>o</sup>, ÉDITEURS

LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
Quai des Grands-Augustins, 55

1928

## TRAITÉ DU CALCUL DES PROBABILITÉS ET DE SES APPLICATIONS

Publié par Émile BOREL, Professeur de Calcul des Probabilités et Physique mathématique à la Faculté des Sciences de Paris, Membre de l'Institut.

Avec la collaboration de C.-V.-L. CHARLIER, R. DELTHEIL, P. DUBREIL, Maurice FRÉCHET, Henri GALBRUN, J. HAAG, R. LAGRANGE, Francis PERRIN, R. RISSER, C.-E. TRAYNARD, Jean VILLE.

Volumes in-8 raisin (25-16) se vendant séparément :

### TOME I. — Les principes de la Théorie des Probabilités.

1. Principes et formules classiques du Calcul des Probabilités, par Émile BOREL, rédigé par René LAGRANGE ..... 35 fr.
2. Erreurs et moindres carrés, par Robert DELTHEIL..... 42 fr.
3. Recherches théoriques modernes sur la Théorie des Probabilités, par Maurice FRÉCHET :  
PREMIER LIVRE : Généralités sur les Probabilités ; variables aléatoires, avec une Note de Paul LÉVY ..... 125 fr.  
SECOND LIVRE : Méthode des fonctions arbitraires. Théorie des événements en chaîne dans le cas d'un nombre fini d'états possibles. 130 fr.
4. Les principes de la Statistique mathématique, par R. RISSER et C.-E. TRAYNARD..... 110 fr.

### TOME II. — Les applications de la Théorie des Probabilités aux sciences mathématiques et aux sciences physiques.

1. Applications à l'Arithmétique et à la Théorie des fonctions, par Émile BOREL, rédigé par P. DUBREIL..... 35 fr.
2. Probabilités géométriques, par Robert DELTHEIL..... 42 fr.
3. Mécanique statistique classique, par Émile BOREL, rédigé par Francis PERRIN..... 35 fr.
4. Applications de la Théorie des Probabilités à l'Astronomie, par C.-V.-L. CHARLIER. .... 56 fr.
5. Mécanique statistique quantique, par Francis PERRIN..... 100 fr.

### TOME III. — Les applications de la Théorie des Probabilités aux sciences économiques et aux sciences biologiques.

1. Assurances sur la vie. Calcul des primes, par Henri GALBRUN..... 65 fr.
2. Assurances sur la vie. Calcul des réserves, par Henri GALBRUN ..... 55 fr.
3. Applications de la statistique à la démographie et à la biologie, par R. RISSER..... 70 fr.
4. Théorie mathématique de l'assurance invalidité et de l'assurance-nuptialité. Définitions et relations fondamentales, par Henri GALBRUN ..... 55 fr.
5. Théorie mathématique de l'assurance-invalidité et de l'assurance-nuptialité. Calcul des primes et des réserves, par Henri GALBRUN..... 65 fr.
6. Théorie mathématique de l'assurance-maladie, par Henri GALBRUN. 85 fr.

### TOME IV. — Applications diverses et conclusion.

1. Applications au tir, par J. HAAG..... 50 fr.
2. Applications aux jeux de hasard, par Émile BOREL, rédigé par Jean VILLE. 60 fr.
3. Valeur pratique et philosophie des Probabilités, par Émile BOREL... 80 fr.

Ce Traité, formant un tout, est actuellement complet.

Une *Collection de Monographies sur les Probabilités*, dirigée par M. Émile BOREL, paraît par fascicules, où sont traitées les questions nouvelles, au fur et à mesure du développement de la science des Probabilités.

INSTITUT HENRI-POINCARÉ

1, Rue Pierre-Curie

COURS ET CONFÉRENCES  
professés à l'Institut Henri-Poincaré

pendant l'année scolaire 1929-1930

CHAIRE DE CALCUL DES PROBABILITÉS  
ET PHYSIQUE MATHÉMATIQUE

M. ÉMILE BOREL, Professeur, a traité en 30 leçons de la Théorie des probabilités et de ses applications.

M. MAURICE FRÉCHET, Professeur, a consacré 13 leçons à la Loi des grands nombres et 13 leçons à la Théorie des équations intégrales.

Des travaux pratiques ont eu lieu en janvier et en février, deux après-midi par semaine.

CHAIRE DE THÉORIES PHYSIQUES

M. LÉON BRILLOUIN, Professeur, a traité en 30 leçons des Statistiques quantiques; le corps noir; statistiques classiques et quantiques; gaz dégénéré;

électrons libres dans les métaux; conductibilité électrique et thermique des métaux.

M. LOUIS DE BROGLIE, Maître de Conférences, a traité en 30 leçons de la Théorie de la quantification dans la nouvelle mécanique.

Cours et conférences de Professeurs étrangers  
à l'Institut Henri-Poincaré

M. ALBERT EINSTEIN a fait en deux conférences un exposé de ses récentes recherches.

M. C.-V. RAMAN, Professeur à l'Université de Calcutta a fait 2 conférences sur la Structure des molécules.

M. DE DONDER, Professeur à l'Université de Bruxelles, a donné une série de six leçons sur la Gravifique einsteinienne :

1. Le champ gravifique massique; 2. Le champ gravifique électromagnétique; 3. Application à la mécanique ondulatoire; 4. Electrodynamique des corps en mouvement; 5. Electromagnétostriktion et thermodynamique relativistes.

M. P.-A.-M. DIRAC, Professeur à l'Université de Cambridge a fait quatre conférences sur la Base statistique de la Mécanique quantique; la Théorie relativiste de l'électron et la mécanique quantique des systèmes à nombreux électrons.

M. G. DARMOIS, Professeur à l'Université de Nancy, a fait une série de 16 leçons sur la Statistique et la dynamique stellaires.

M. VITO VOLTERRA, Associé étranger de l'Académie des Sciences, Professeur à l'Université de Rome, a donné trois conférences sur la Mécanique des fluides et les équations intégrales-différentielles et fonctionnelles.

M. Y. ROCARD, Docteur-ès-sciences, a donné deux conférences sur l'Hydrodynamique d'après la théorie cinétique des gaz et sur Quelques questions concernant la théorie des fluctuations.

M. LÉON BLOCH, Assistant à la Sorbonne, a donné une série de huit conférences sur les Spectres de bandes et la Constitution des molécules.

M. B. HOSTINSKÝ, Professeur à la Faculté des Sciences de Brno, Recteur de l'Université Masarik, a donné six leçons sur l'Application du calcul des probabilités à l'étude du mouvement brownien: Problèmes sur la diffusion et sur le mélange des liquides. Chaines de Markoff. Équations fonctionnelles de Smoluchowski. Équilibres statistiques analysés par le calcul des valeurs moyennes successives.

M. MAX BORN, Professeur à l'Université de Göttingen, a donné six leçons sur Quelques problèmes de mécanique quantique.

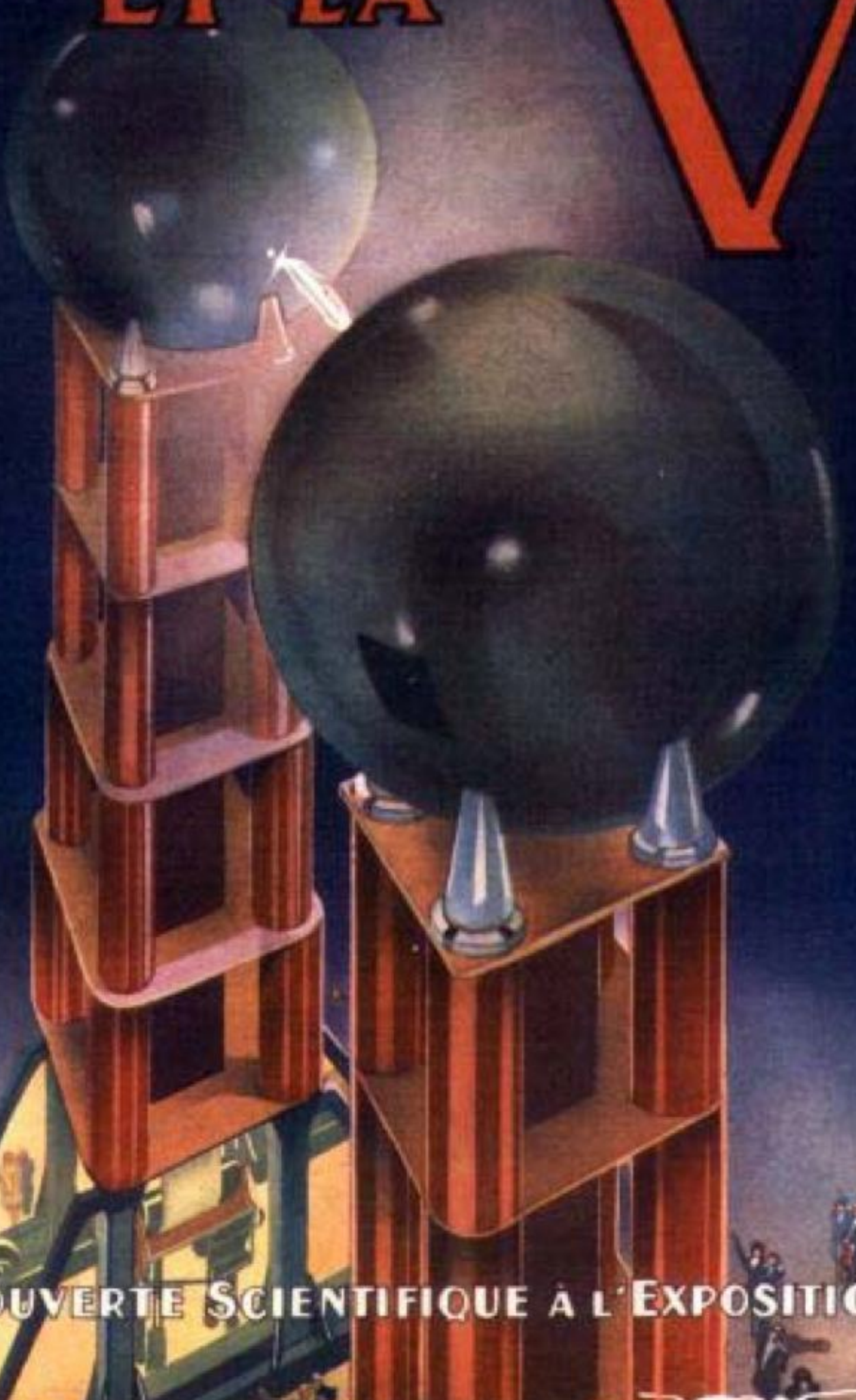
1. L'interprétation statistique de la mécanique quantique; 2. La théorie quantique de la désintégration radioactive du noyau et quelques idées sur la catalyse chimique; 3. Sur la largeur d'une raie spectrale; 4. Sur l'action réciproque de deux atomes; 5. Sur l'affinité des atomes halogènes pour l'électron.

M. PIERRE DEBYE, Professeur de Physique, Directeur de l'Institut de Physique à l'Université de Leipzig, a donné six conférences sur les Électrolytes forts.

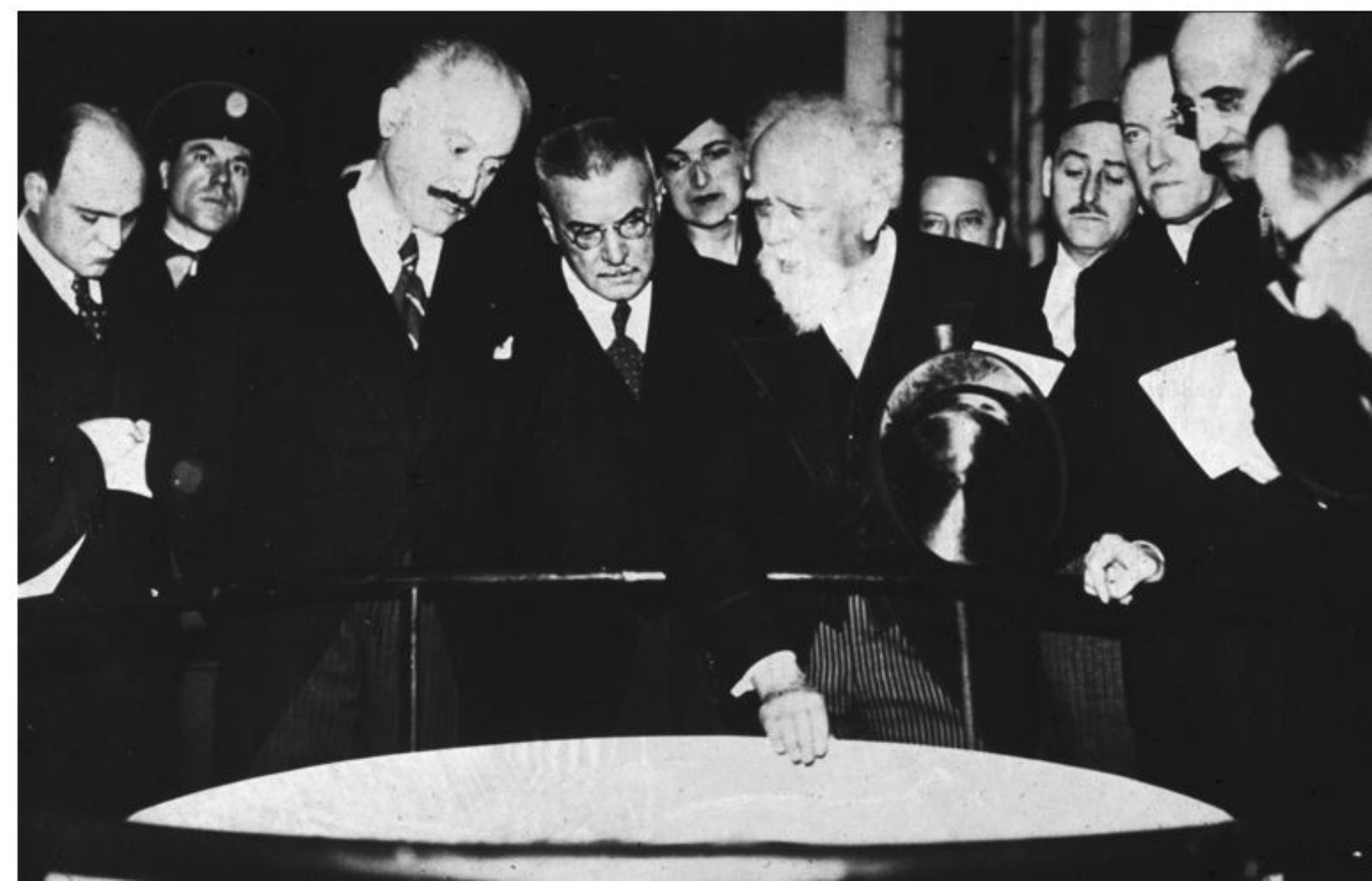
France et Colonies : 5 fr.

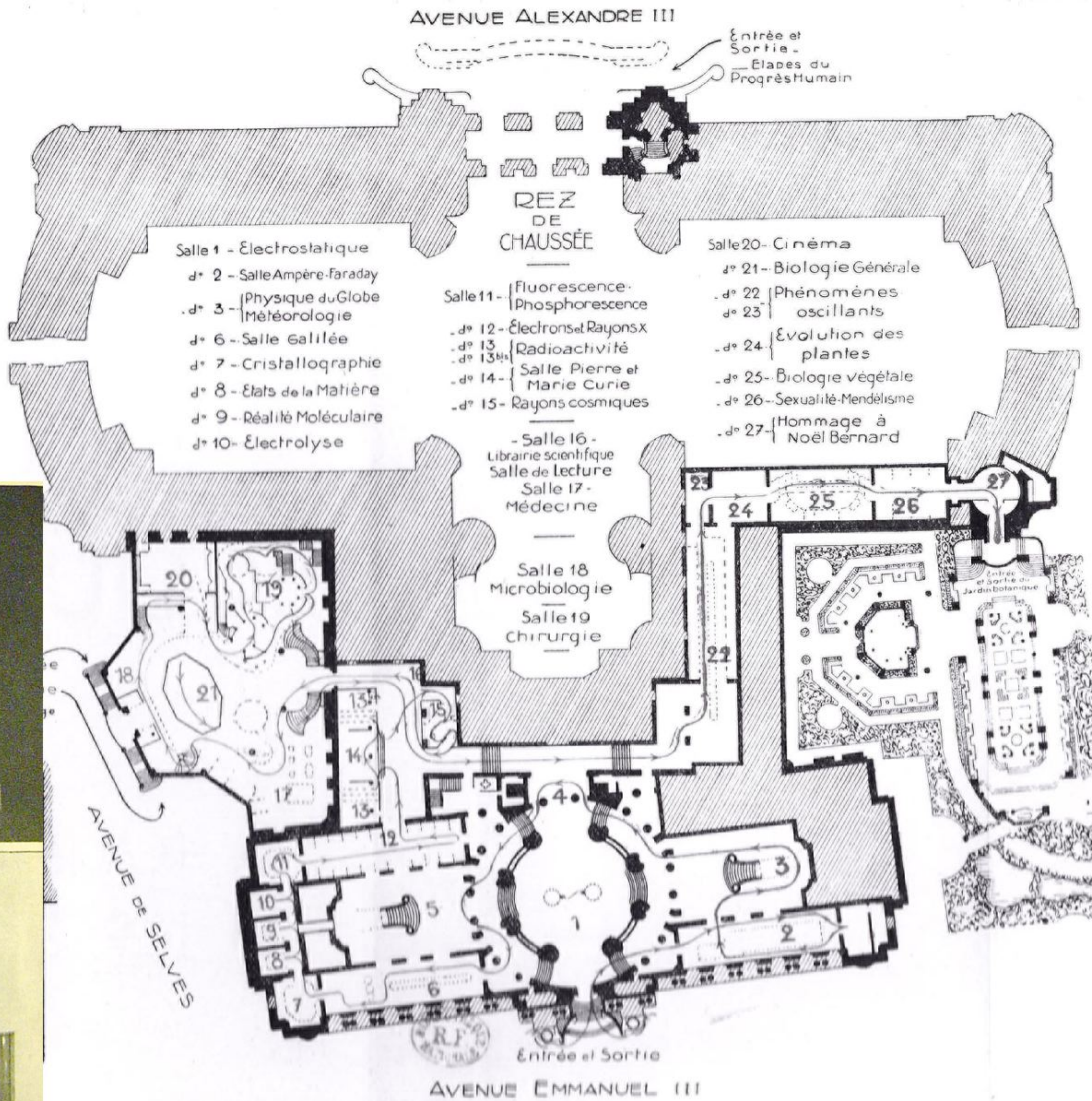
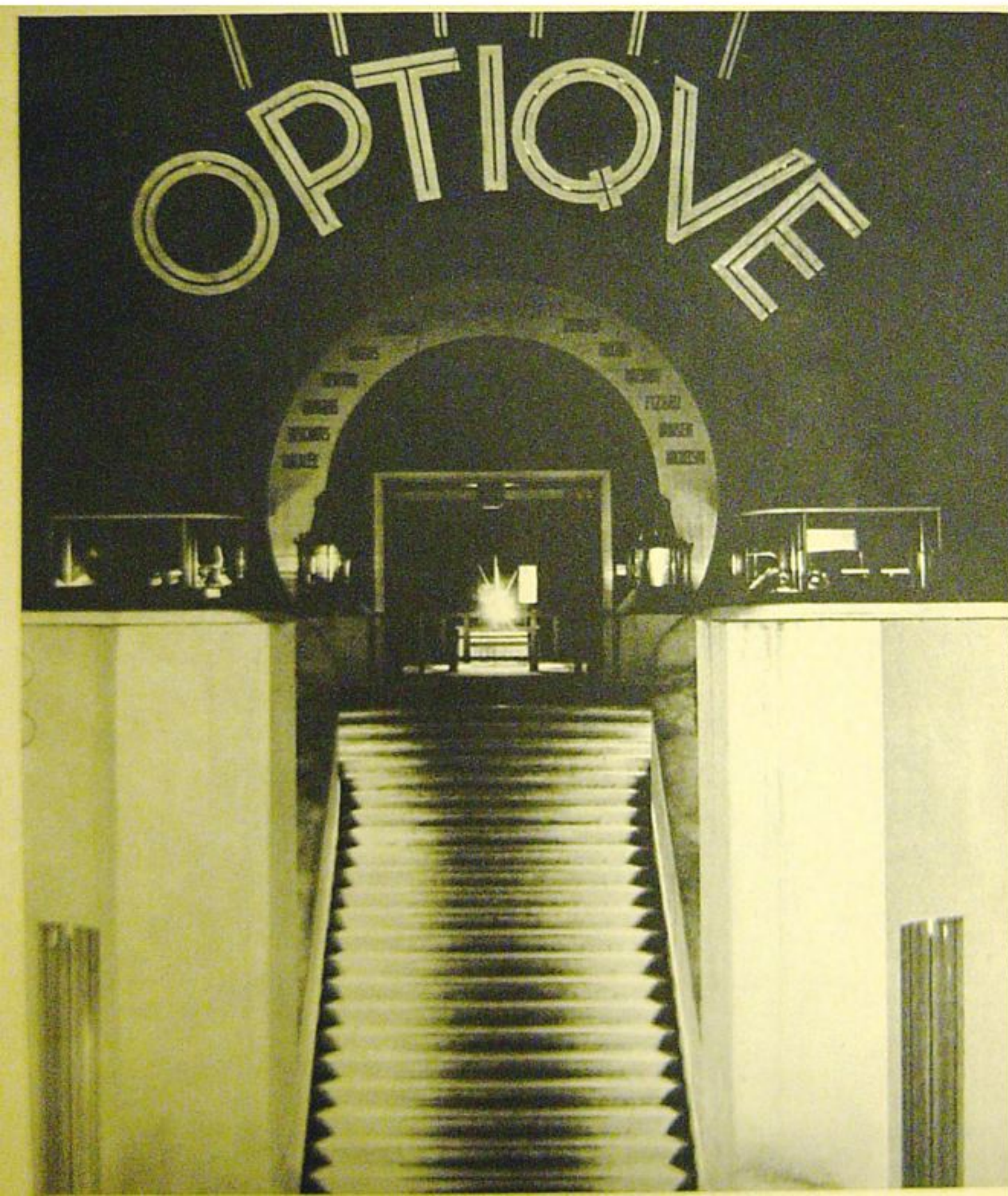
N° 238 - Avril 1937

# LA SCIENCE ET LA VIE



LA DÉCOUVERTE SCIENTIFIQUE À L'EXPOSITION DE 1937

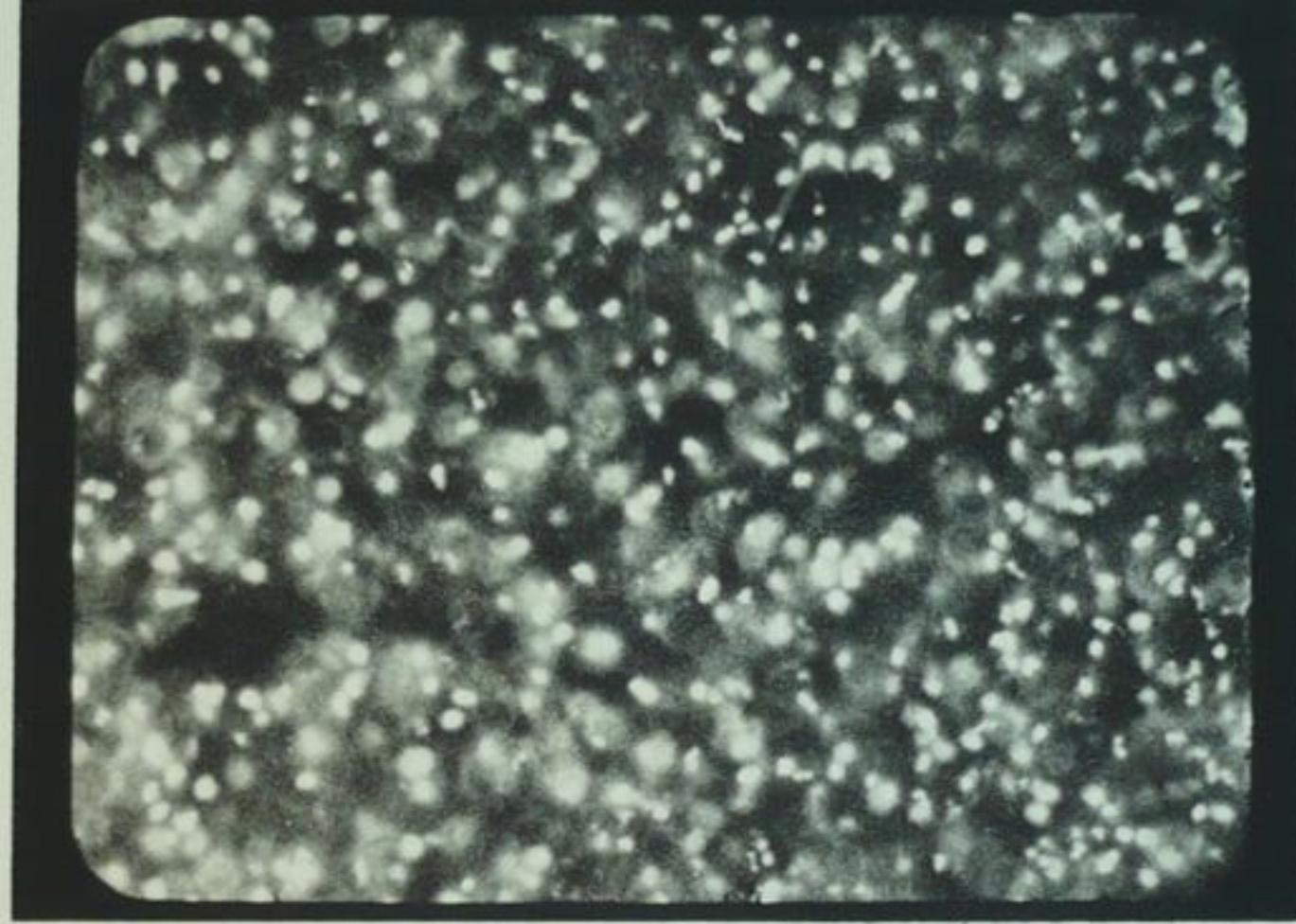








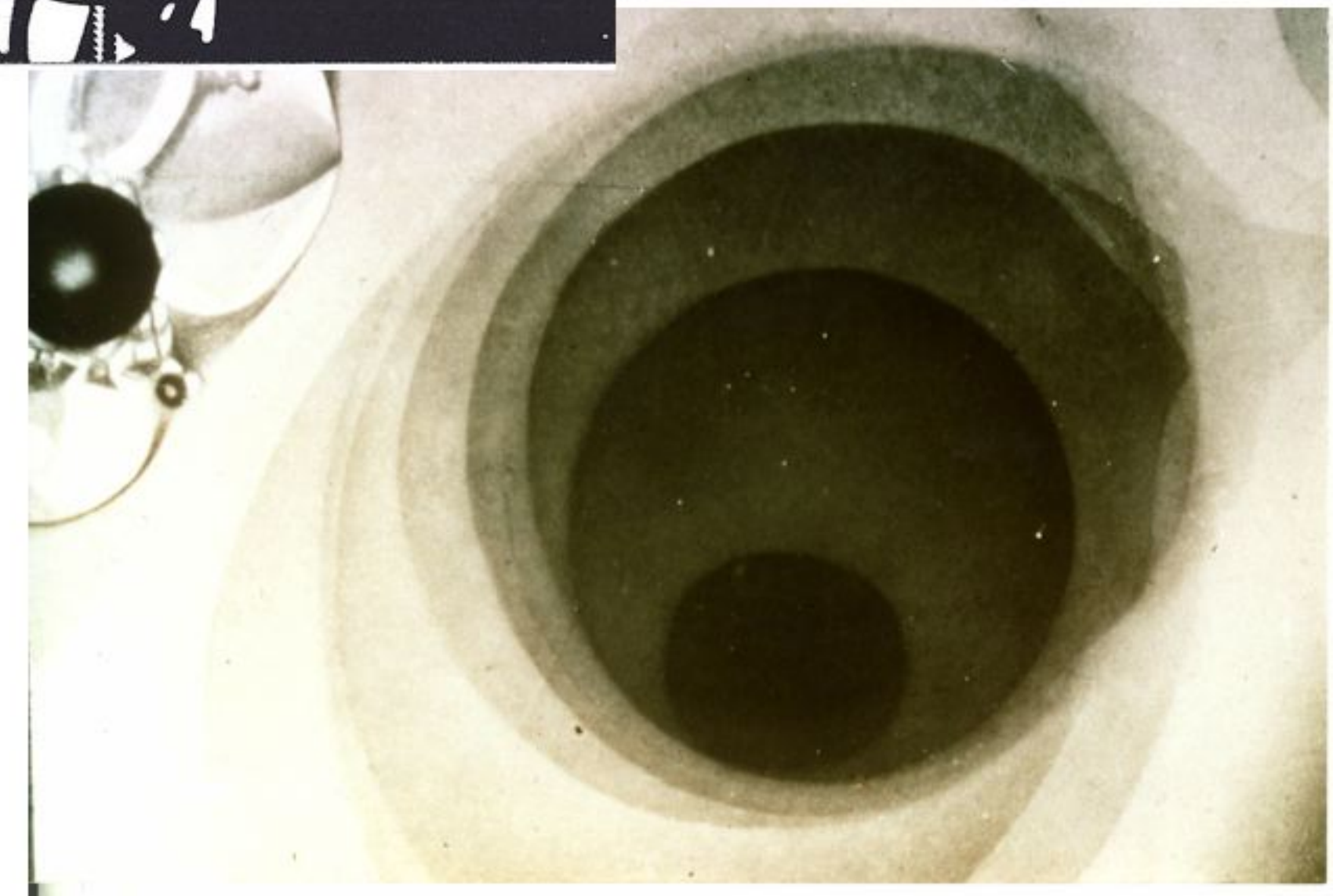
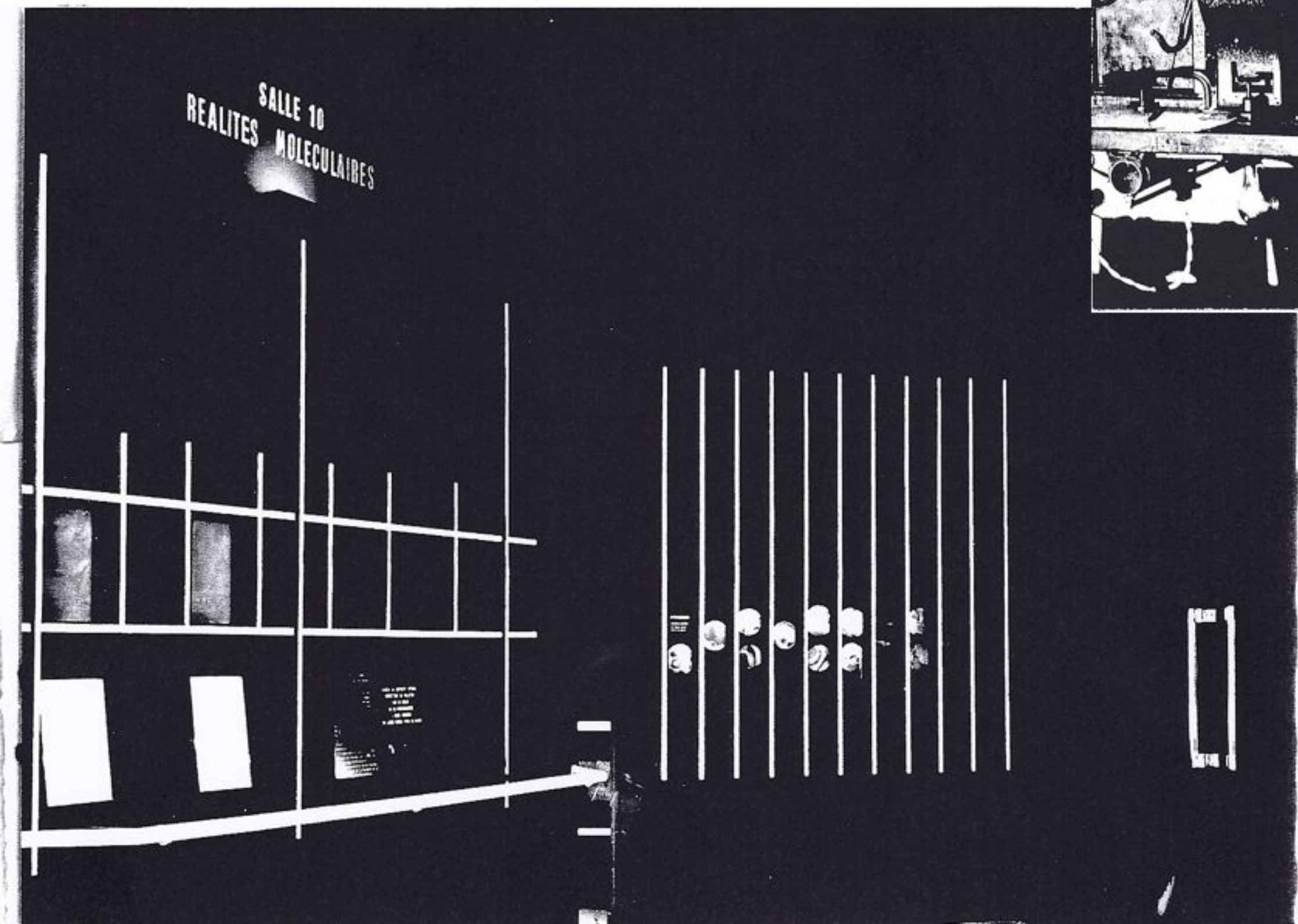
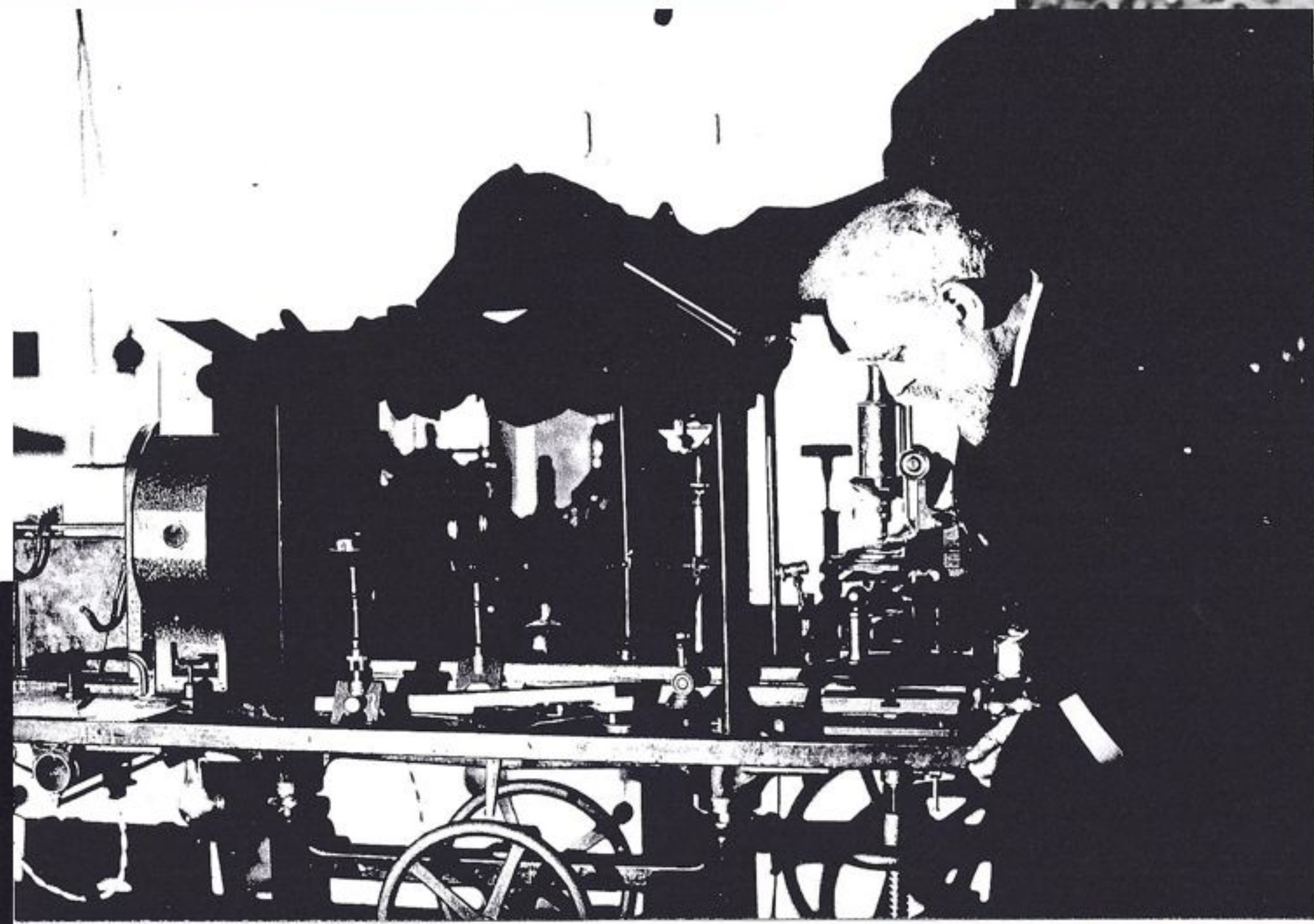
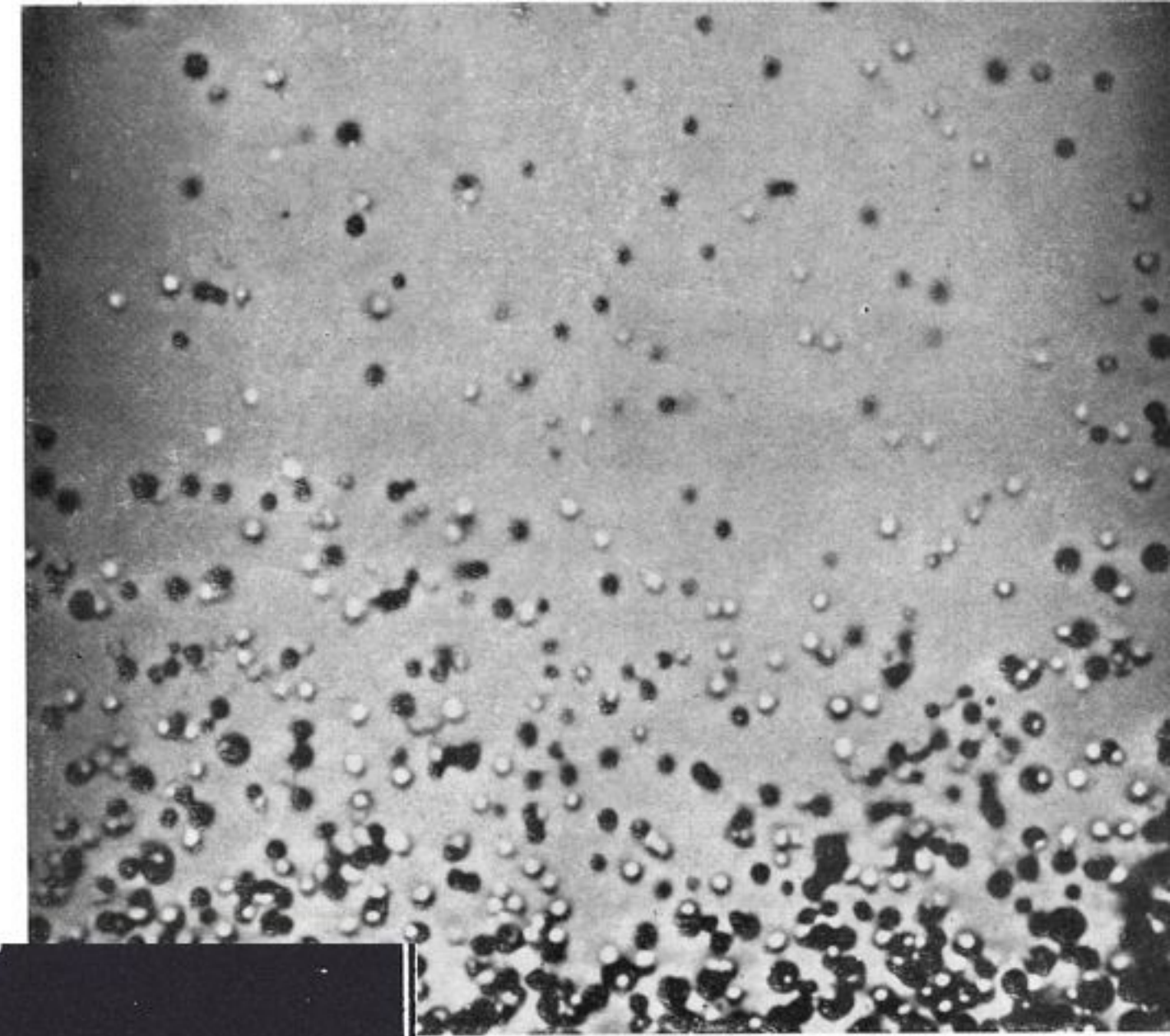
ROBERT BROWN  
(1773-1858).

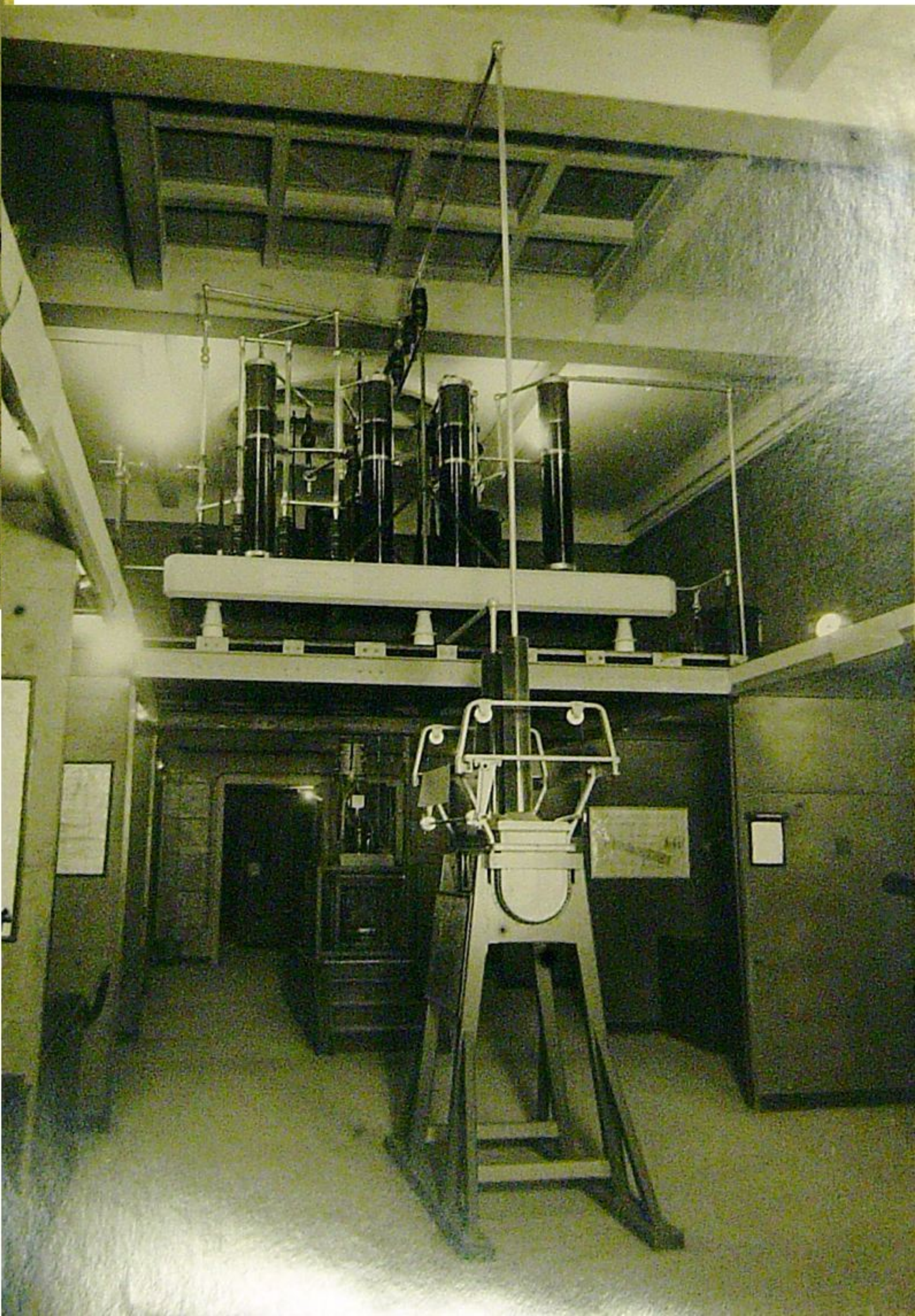
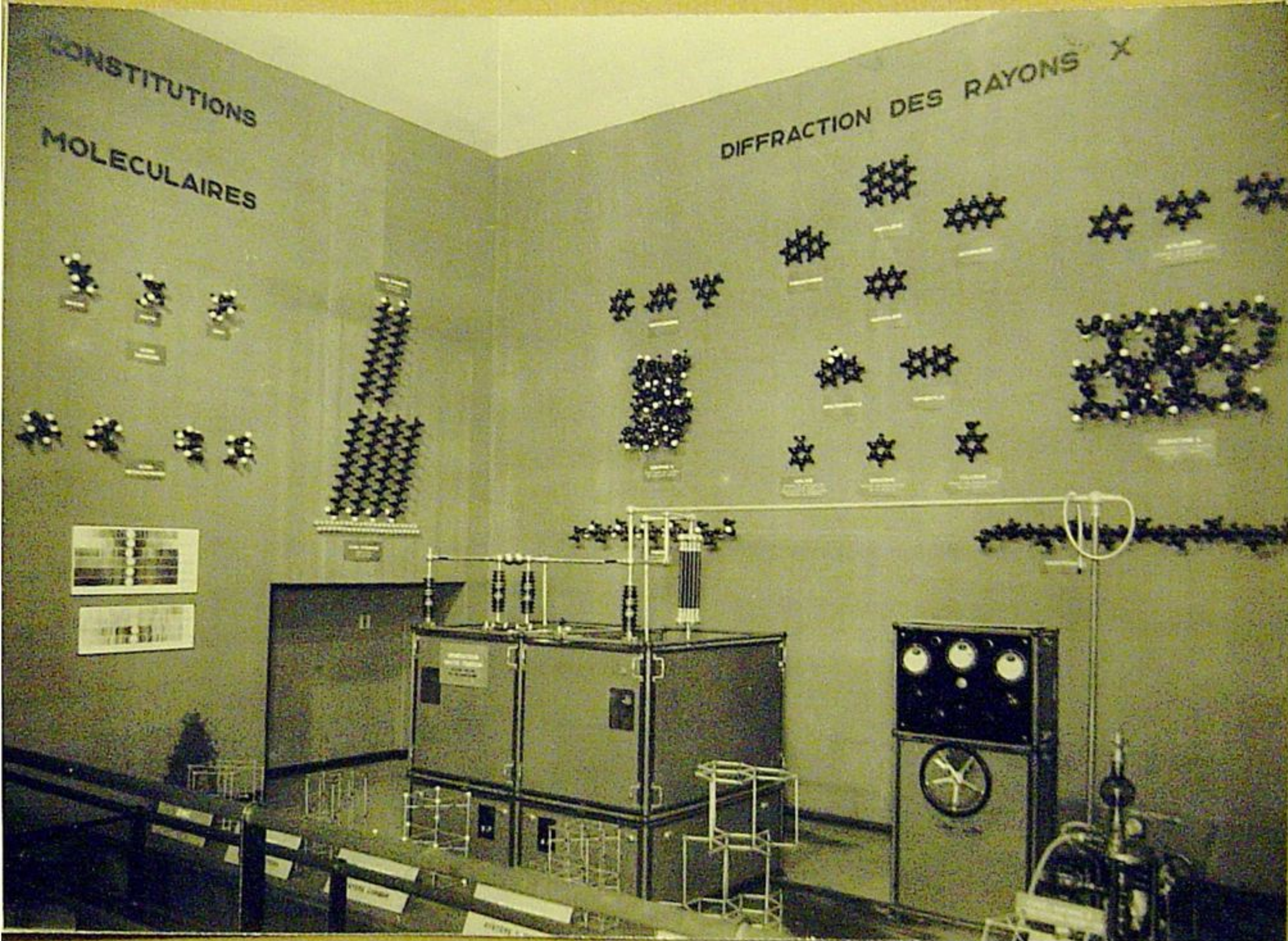


VUE EXTRAITE D'UN FILM DE MOUVEMENTS BROWNIENS.  
Phosphore colloïdal, grossissement 1 200, obtenu par M. Commandon.



JEAN PERRIN,  
né en 1870.





ques qui provoquent, suivant la direction verticale, la déviation du spot cathodique en fonction de la tension à examiner. Un dispositif spécial, appelé oscilateur de relaxation, fournit une tension alternative en dents de scie appliquée à une autre paire de plaques, qui donne au spot une déviation horizontale proportionnelle au temps. En l'absence du courant microphonique, le spot parcourt sur l'écran, d'un mouvement uniforme, une ligne horizontale qui paraît permanente à l'observateur, par l'effet de la persistance des sensations visuelles.

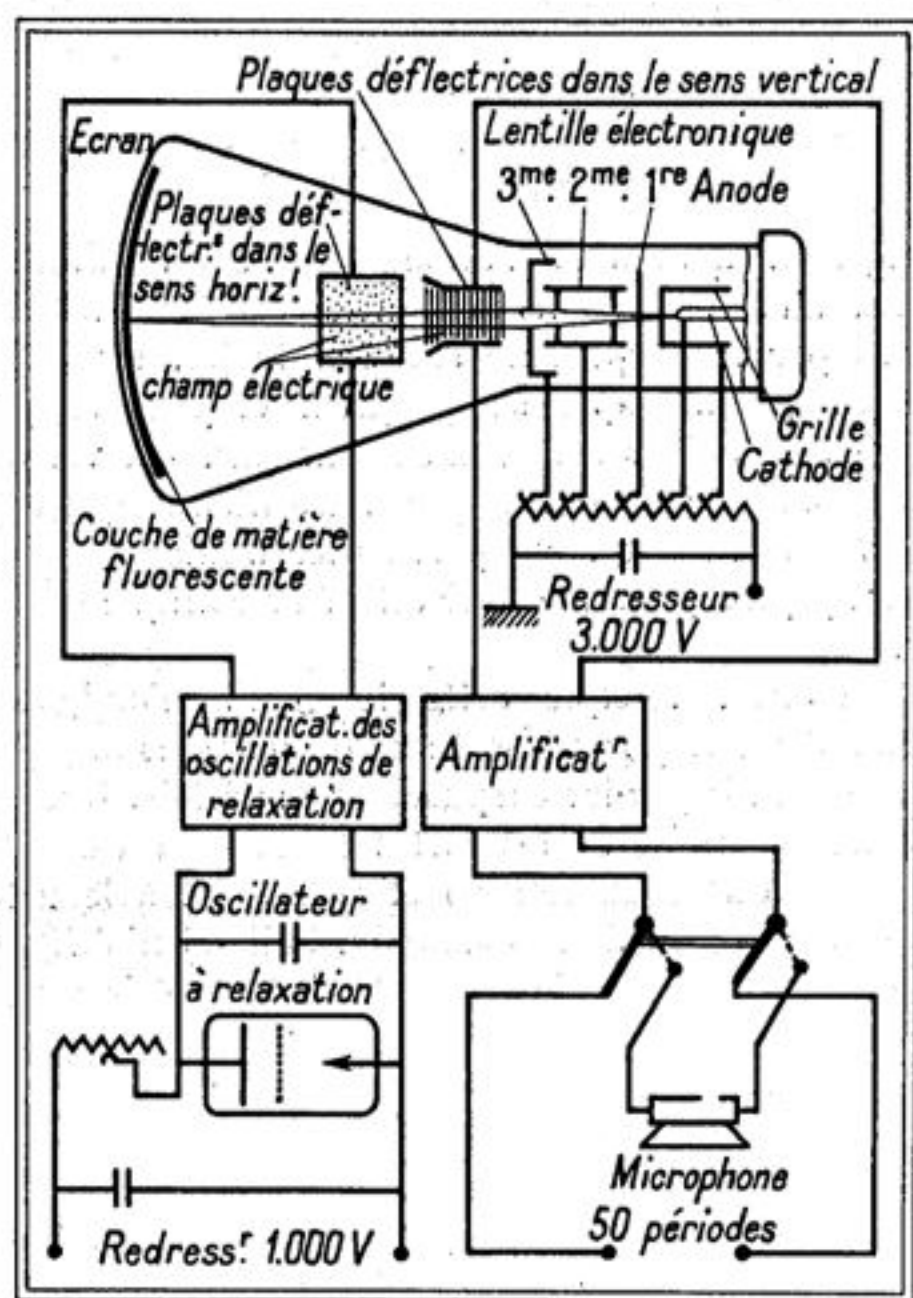


Fig. 20. — Application de l'oscillographe cathodique à l'analyse des phénomènes rapides (Observation d'une tension électrique alternative ; analyse de la voix).

Lorsqu'on parle devant le microphone, on imprime au faisceau cathodique, au cours de son déplacement horizontal, des déviations verticales proportionnelles à l'intensité des ondes sonores qui frappent le microphone. Le spot dessine alors sur l'écran des courbes qui traduisent fidèlement les particularités de la voix.

**Mécanique ondulatoire.** — Les expériences précédentes peuvent toutes s'interpréter en assignant à l'électron, atome d'électricité négative, une nature corpusculaire. En appliquant à ce projectile, quand il est animé de vitesses très élevées, les lois de la mécanique relativiste d'Einstein, on peut prévoir toutes les circonstances de son mouvement dans les conditions les plus diverses ; les expériences réalisées jusqu'à ces

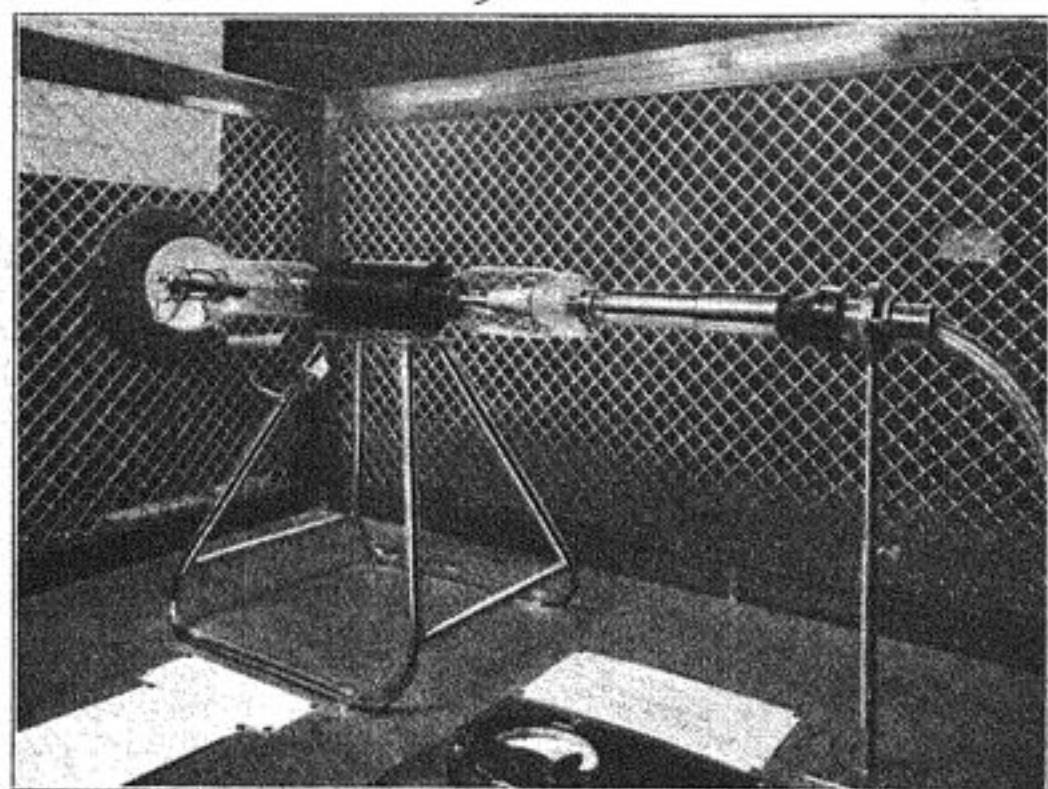


Fig. 21. — Appareil Trillat pour la diffraction des électrons

derniers temps, ont toujours pleinement confirmé ces prévisions.

Mais l'avènement de la mécanique ondulatoire de Louis de Broglie et les expériences qui l'ont confirmée (diffraction des électrons par un cristal) ont montré l'insuffisance de cette conception simpliste de l'électron.

D'après la mécanique ondulatoire, on doit admettre pour la matière le même dualisme que pour le rayonnement électromagnétique, dont le rayonnement lumineux est un cas particulier. L'effet photo-électrique oblige à admettre que la lumière, à côté de ses propriétés ondulatoires, possède également des propriétés corpusculaires. Ces deux manifestations, apparemment contradictoires, doivent être considérées comme deux aspects complémentaires d'une même réalité physique.

Louis de Broglie, frappé par ce caractère dualiste de la lumière, s'est demandé si un dualisme pareil n'existe pas aussi dans le domaine de la matière, si ce dualisme ondes-corpuscules ne constitue pas un caractère général de tous les phénomènes naturels.

Guidé par ces considérations, Louis de Broglie fut

Fig. 22. — Schéma de l'appareil pour la diffraction des électrons.

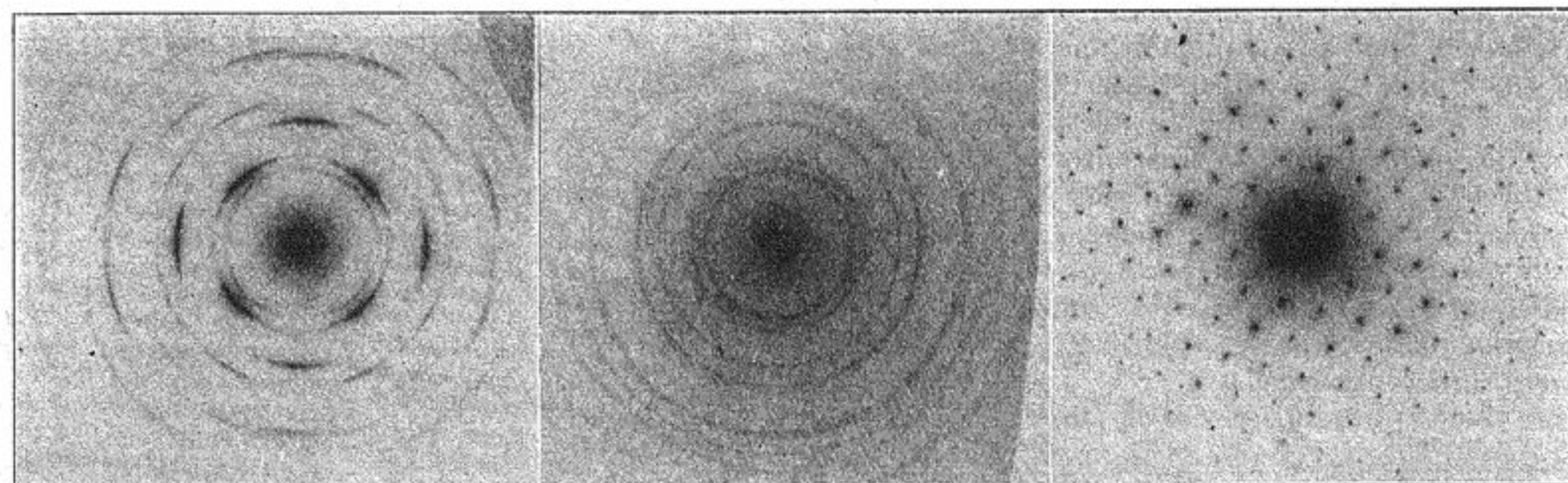
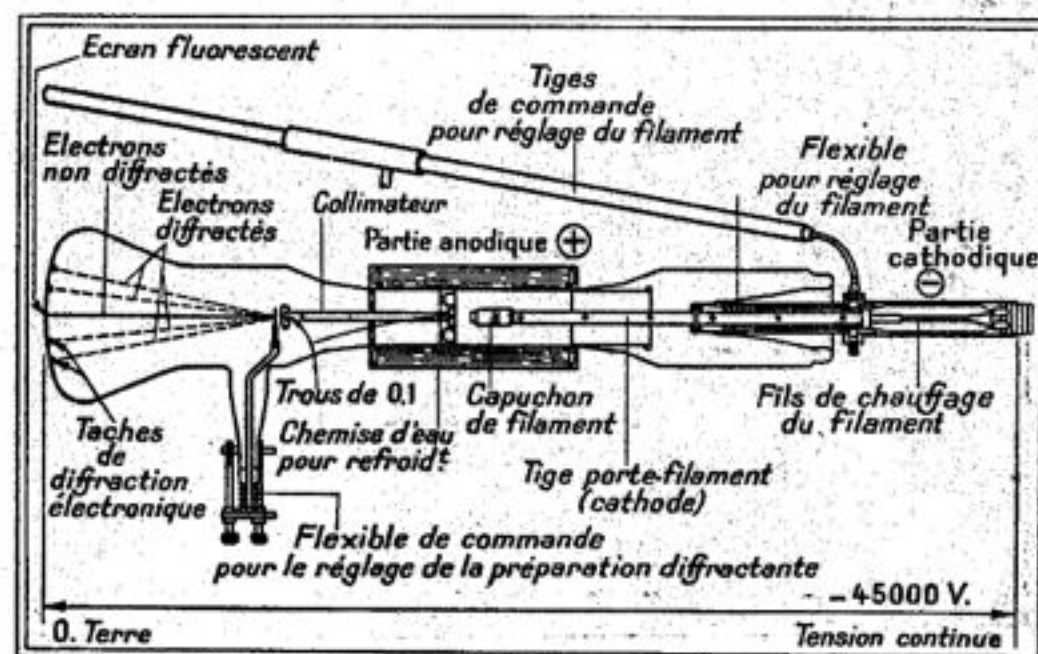
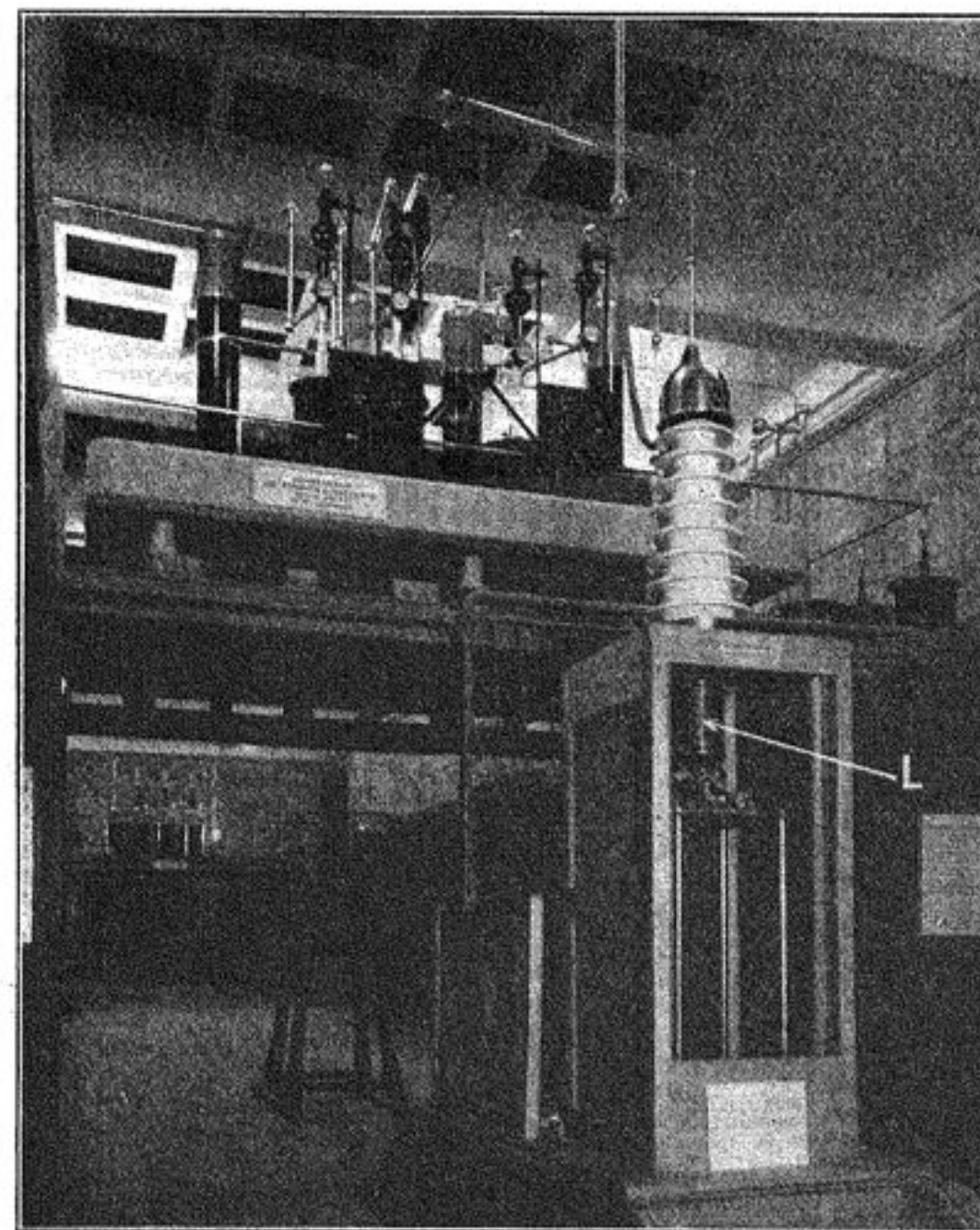


Fig. 23, 24, 25. — Diagrammes de diffraction électronique (J. J. Trillat).  
A gauche : par une feuille d'or battu (structure fibreuse) ; électrons de 45.000 v ; au milieu : par un dépôt électrolytique (structure microcristalline confuse) ; électrons de 45.000 v ; à droite : par une feuille de mica ; électrons de 40.000 v.

amené à penser qu'à tout corpuscule matériel est associé un phénomène périodique, UNE ONDE, inséparable de celui-ci. Le calcul théorique montre alors que la longueur d'onde de l'onde associée est inversement proportionnelle à la quantité de mouvement (produit de la masse par la vitesse) du corpuscule. Chaque fois que

Fig. 26. — Vue générale de la section consacrée aux électrons et aux rayons X.

En haut : le générateur de tension continue de 250.000 v, 30 mA ; au fond : un générateur de 100.000 v, pulsatoire, 200 mA. Au premier plan, un tube de Lenard, L, ce tube possède une fenêtre fermée par une lame mince, perméable aux électrons ; ceux-ci sortent dans l'air, rendant l'atmosphère environnante luminescente, ainsi que les différentes substances qu'ils frappent.



la longueur d'onde de l'onde associée est faible par rapport aux dimensions des obstacles matériels rencontrés par le corpuscule sur son trajet, les lois de l'optique géométrique s'appliquent et tout se passe comme si l'onde associée n'existait pas. On retrouve alors les lois de la mécanique newtonienne qui apparaît ainsi comme un cas particulier d'une mécanique beaucoup plus générale, qui est la mécanique ondulatoire.

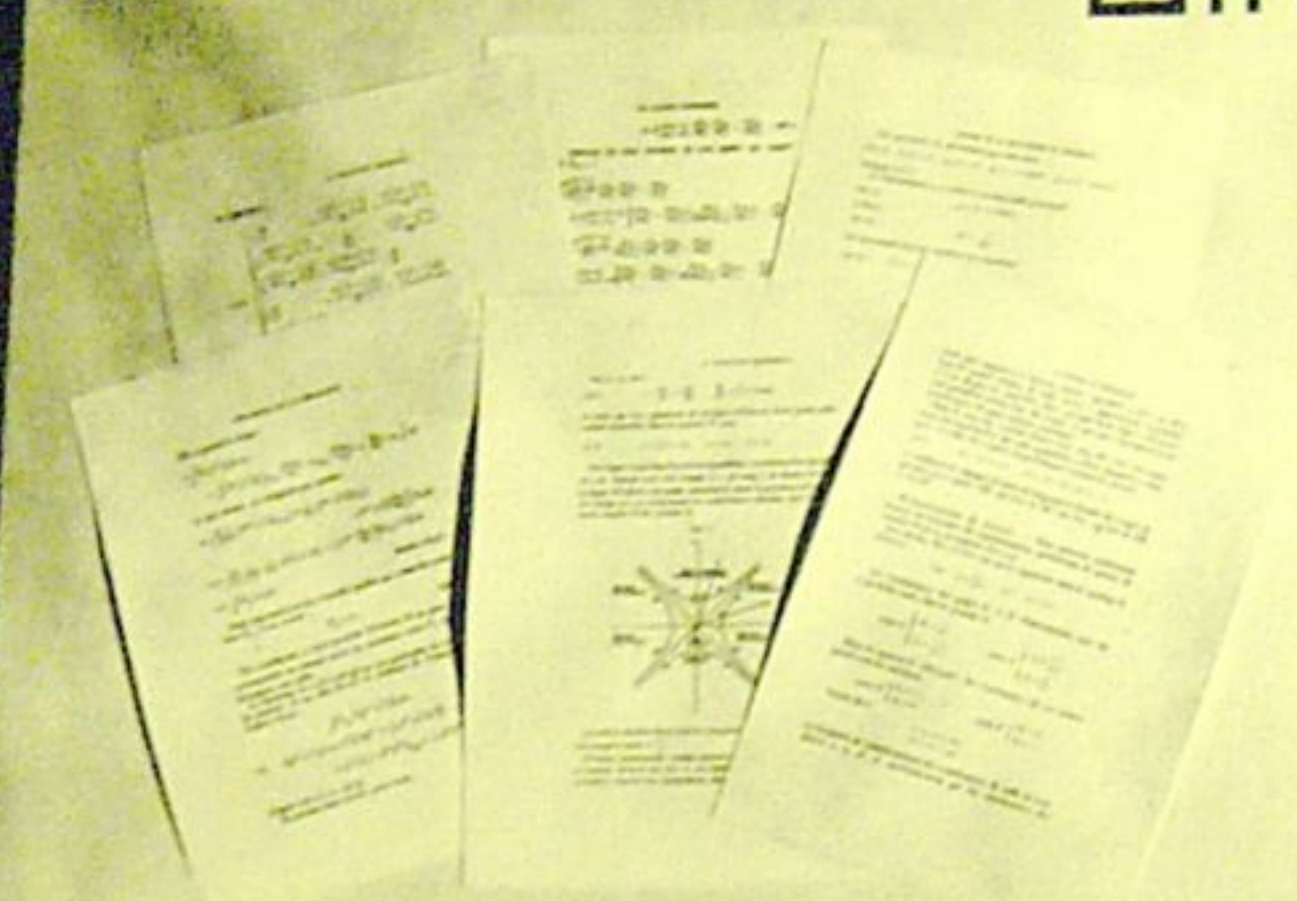
Par contre, lorsque cette longueur d'onde n'est plus négligeable par rapport aux dimensions des obstacles rencontrés par les corpuscules matériels, les ondes associées subissent toutes sortes de modifications (par diffraction ou interférences) et réagissent à leur tour sur le mouvement de la particule. Celle-ci n'obéit plus aux lois de la mécanique newtonienne mais à celles de la mécanique ondulatoire. En fin de compte, ce sont donc les ondes associées qui déterminent le mouvement et la répartition des particules dans l'espace, tandis que leur énergie se trouve localisée aux endroits où se trouvent effectivement les corpuscules.

Dans le cas des électrons obtenus dans les tubes cathodiques courants, la longueur d'onde de l'onde associée est de l'ordre de celles des rayons X et l'on conçoit qu'ils doivent donner lieu à des phénomènes de diffraction analogues à ceux que l'on observe avec les rayons X. Notons ici, pour y revenir plus en détail dans le chapitre de l'Optique, que la diffraction est une manifestation caractéristique de phénomènes ondulatoires. Son apparition, avec des corpuscules matériels comme les électrons, révélée par une expérience fondamentale de Germer et Davisson, a apporté une frappante confirmation de la théorie en apparence paradoxale de Louis de Broglie.

Dans les stands consacrés aux rayons X, on verra que ceux-ci donnent lieu à des phénomènes de diffraction lorsqu'ils tombent sur des cristaux, véritables réseaux de diffraction naturels. C'est également aux cristaux qu'on fait appel pour provoquer la diffraction des électrons.

Toutefois, lorsqu'on opère avec des électrons, il faut tenir compte du fait qu'ils sont beaucoup plus facile-

# EINSTEIN



**Relation de la relativité restreinte**  
 L'objectif de la relativité restreinte est de rendre satisfaisante la théorie de l'électromagnétisme et la mécanique newtonienne.

Il faut d'abord montrer que la forme (17) est équivalente aux équations (17). A cette fin, nous considérons la courbe fonction des  $x'$  et des  $t'$ .

$$x = \gamma(x' + vt't)$$

$$t = \gamma(t' + vx'/c^2)$$

On a ainsi :

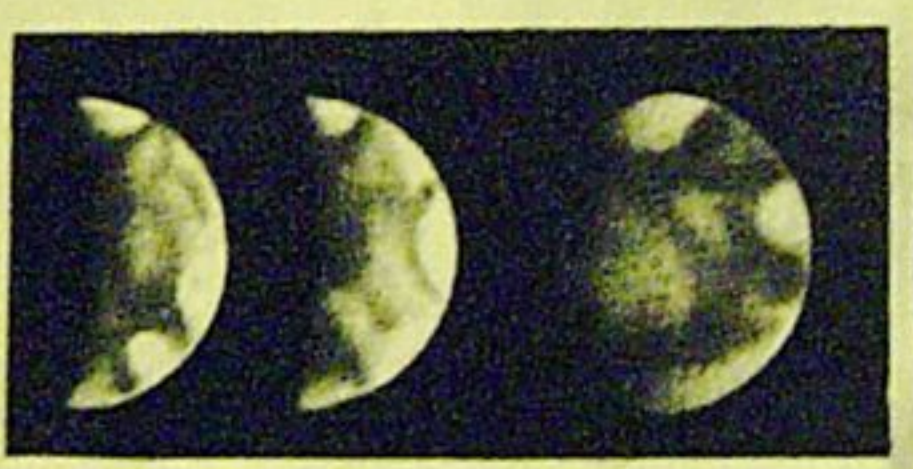
$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt'} + v = \frac{v'}{1 + vx'/c^2}$$

**Relation de la relativité restreinte**  
 On effectue la transformation des (17) en utilisant l'équation (17).

On multiplie (17) par  $dt'$  on obtient, d'après (17) :

$$dx' = \gamma(dx - v dt)$$

Il est à remarquer que  $c$  n'est pas un nombre quelconque, mais une vitesse pour tous les systèmes de coordonnées en mouvement relatif. Cette vitesse est la vitesse de la lumière dans le vide.



Les théories d'Einstein peuvent expliquer le déplacement du périhélie de la planète Mercure. La planète Mercure décrit une orbite qui tourne autour du soleil. On a ainsi, sans avoir à supposer que l'orbite de la planète Mercure est affectée par la gravitation d'autres planètes.

Les théories d'Einstein peuvent expliquer le décalage des raies spectrales. Le décalage des raies spectrales est une conséquence de la relativité restreinte. On a ainsi, sans avoir à supposer que les raies spectrales sont affectées par la gravitation d'autres corps.

Les mathématiques ont enrichi la plupart des sciences....

